安全学基礎
ー 確率統計の基礎 ー

システム創成学科

標本空間と事象

◈標本空間

- 確率的な現象の個々の結果を標本、全ての標本の集合を標本空間Ωと呼ぶ。

  例：コイン投げの標本空間＝{表が出る,裏が出る}

  例：サイコロ投げの標本空間＝{1,2,3,4,5,6が出る}

◈事　象

- Ωの任意の部分集合を事象と呼ぶ。

  例：サイコロ投げで「偶数の目が出る」は事象である。

条件付確率

- 事象AとBの同時発生確率 $P(A \cap B)$
- 事象Bが起きた場合の事象Aの条件付確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- ベイズの定理

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

- 事象AとBの独立性

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

確率変数

- 確率変数
  - Ωの上で定義された確率変数Xとは、Ωから実数空間Rへの写像で、Rのあらゆる部分集合の逆写像がΩの上の事象であるものをいう。

    例：コイン投げで「表が出る」をX=1、「裏が出る」をX=0に対応させると、確率変数Xが定義できる。
  - Xが可算個の値をとるならば離散型確率変数
  - Xが連続的な値をとるならば連続型確率変数

分布関数と密度関数

◆分布関数 $F(x)$

- 確率変数Xがx以下の値をとる確率

$$F(x) = P(-\infty < X \le x)$$

◆密度関数 $f(x)$

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \qquad F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

$$f(x)dx \approx P(x < X \le x + dx)$$

期待値と分散

◆期待値 (平均)

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

◆分　散

$$\mathrm{Var}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X])^2 f(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - E[X]^2$$

分散の平方根を標準偏差と呼ぶ。

代表的な離散型確率分布

◆二項分布

- 成功確率pの独立試行をn回繰り返しk回成功

$$p(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$E[X] = np \qquad \mathrm{Var}[X] = np(1-p)$$

◆ポアソン分布

- 二項分布で$np=\lambda$（一定）として$n\to\infty$とした極限

$$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \qquad (x = 0,1,2,\cdots)$$

$$E[X] = \lambda \qquad \mathrm{Var}[X] = \lambda$$

代表的な連続型確率分布

◆指数分布

- 単位時間あたり一定確率λで起る事象が時間xの後に初めて起る

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad (x > 0)$$

$$E[X] = 1/\lambda \qquad \mathrm{Var}[X] = 1/\lambda^2$$

◆正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$E[X] = \mu \qquad \mathrm{Var}[X] = \sigma^2$$

安全学基礎
ー 確率論的安全評価（1） ー

システム創成学科

確率論的安全評価(PSA)

- ◈システムが損害をもたらすに至る事故シナリオ、その発生頻度、損害の規模を体系的に評価する作業
- ◈定量的かつ確率論的なリスク評価法だが、定性的あるいは準定量的に使うことも可
- ◈航空宇宙、原子力などの分野で発達

事故シーケンスと起因事象

◆ 事故シーケンス
- 事故にいたる一連の出来事の組合せ、発生順序、発生タイミングなどの記述

◆ 起因事象
- 事故シーケンスの最初の引き金となる出来事
- 内的事象
  設備機器故障、ヒューマンエラー、火災など
- 外的事象
  地震、悪天候、停電、航空機の墜落、意図的攻撃など

イベントツリー解析(ETA)

◆ 起因事象を出発点に、起り得る後続の事象を時間経過に従って前向きにたどり、最終状態に至るまでの事故シーケンスを明らかにする作業

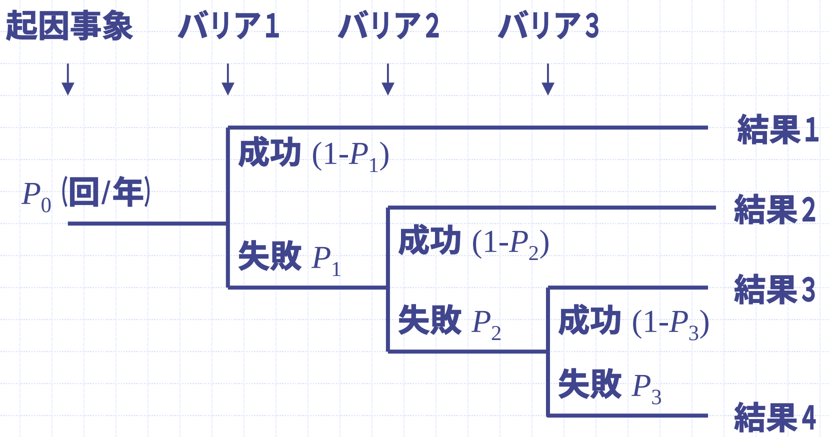
ETAの手順(1)

1. **起因事象の選定・分類**
   安全評価基準、類似システムにおける過去の経験、固有設計データなどを参考に起因事象を選定し、影響が類似したもの同士をグルーピングする。
2. **成功基準の設定**
   事象系列が事故にならずに、システムが安全に停止するための条件を明確に定義する。

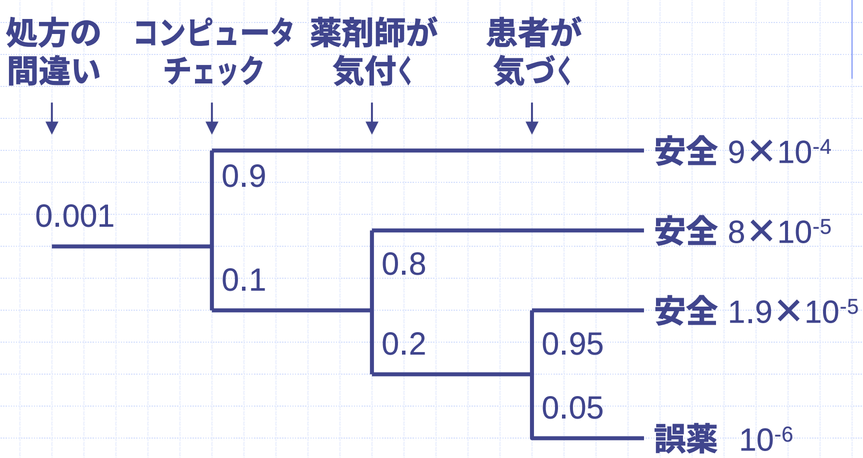
ETAの手順(2)

3. **ETの作成**
   起因事象ごとにその発生を想定した場合、システム安全確保のために必要な安全機能の成功／失敗を組合わせてETを作成する。
4. **事故シーケンスの評価**
   実績データや信頼性データベースを参考に起因事象、後続事象の発生確率を評価し、事故シーケンスの発生確率を計算する。

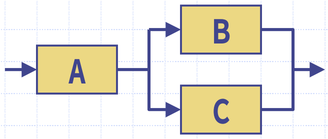
安全バリアを対象とするETA



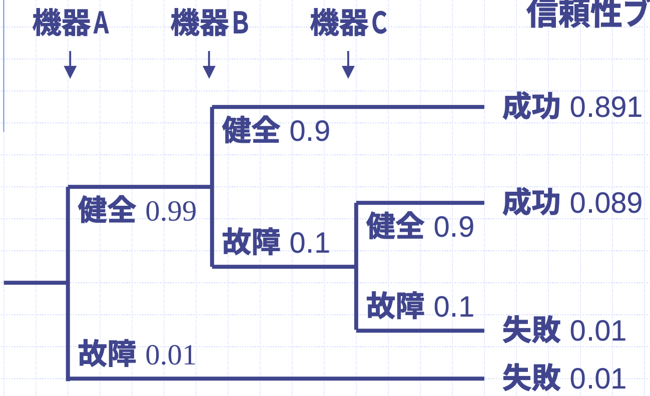
ETAの例(1)



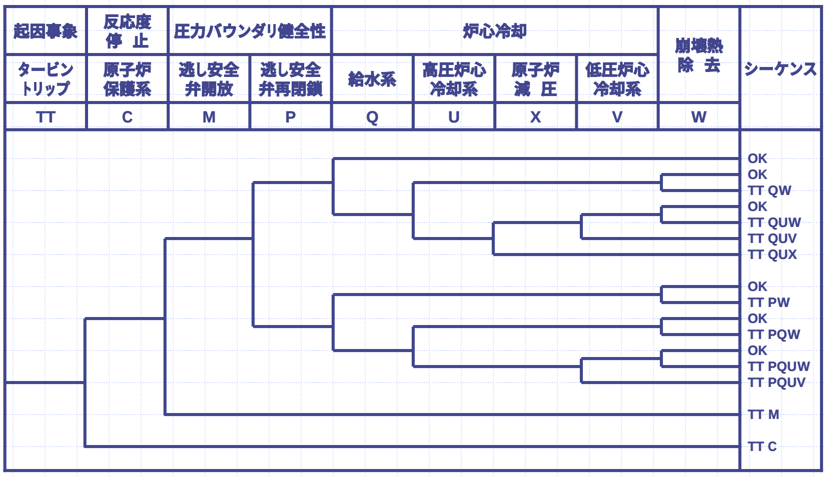
ETAの例(2)



信頼性ブロック図



ETAの例(3)
BWRプラントにおけるタービントリップ



フォールトツリー解析(FTA)

- 起り得る望ましくない事象(頂上事象)から出発し、この事象の生起に寄与する原因事象を後ろ向きにたどり、頂上事象が生起する条件となる基事象の論理的組合せを明らかにする作業
- FTAはETAで抽出された各事象の発生確率を評価するために用いられる

FTAの手順(1)

1. 頂上事象の定義

   望ましくないシステム失敗事象を定義する。頂上事象の定義には、失敗に至る故障の形態、システムの運転状態などが含まれる。

2. 解析範囲の明確化

   解析するシステム範囲、主系統と補助系統の境界などを明確にする。

FTAの手順(2)

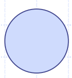
3. **FTの作成**

   頂上事象の生起条件を、機器故障、試験・保守、ヒューマンエラーを考慮しながら、それ以上細かくできない事象(基本事象)に至るまで論理的に展開し、FTを作成する。

4. **FTの評価**

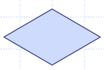
   実績データや信頼性データベースを参考に基本事象の発生確率を評価し、FTA計算コードを用いて頂上事象の発生確率を計算する。

FTに用いられる記号

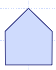


基本事象
これ以上展開しない事象

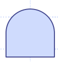
中間事象
下にくるゲートの出力を説明する事象



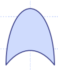
非展開
情報不足などのため展開を省略する事象



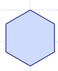
ハウス事象
通常発生する状態を示す事象



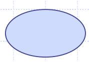
ANDゲート
全入力事象が発生したら発生する事象



ORゲート
入力事象の1つが発生したら発生する事象

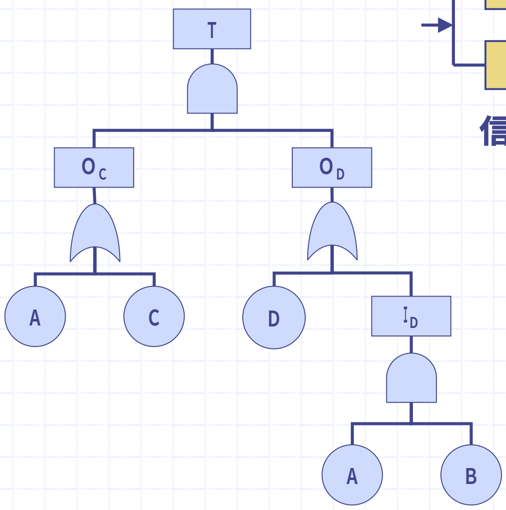


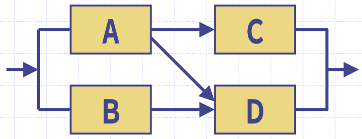
抑制ゲート
入力事象発生に加えてある条件が充たされたら発生する事象



条件事象
抑制ゲートの条件を示す事象

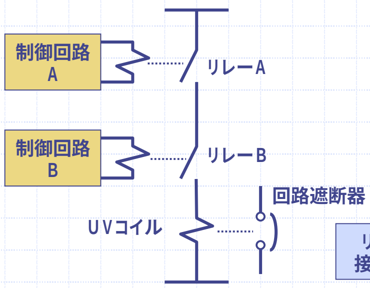
FTAの例(1)

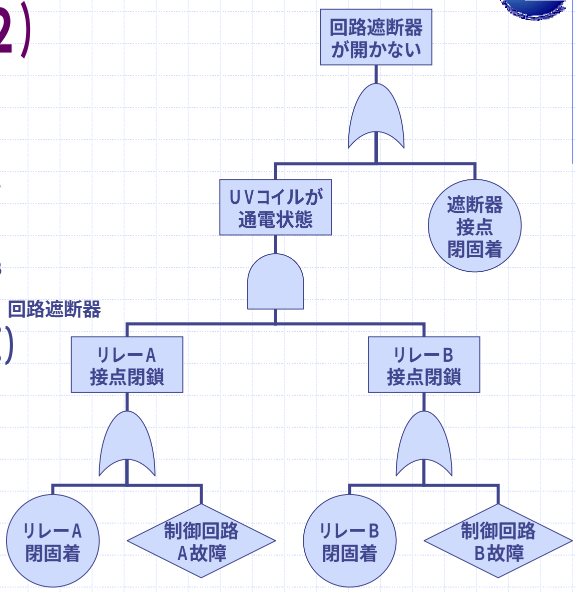




信頼性ブロック図

FTAの例(2)



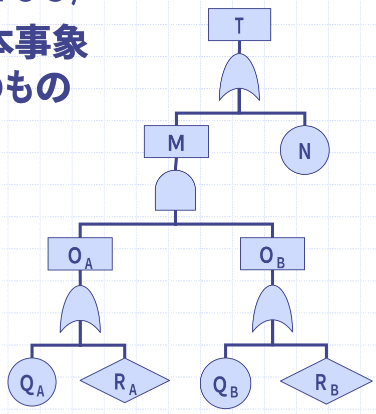


ミニマルカットセットの計算(1)

◆ミニマルカットセット(MCS)

- 頂上事象を引起す基本事象の組合せのうち最小のもの

$$
\begin{aligned}
T &= M + N \\
&= O_A O_B + N \\
&= (Q_A + R_A)(Q_B + R_B) + N \\
&= Q_A Q_B + Q_A R_B + \\
&\quad R_A Q_B + R_A R_B + N
\end{aligned}
$$



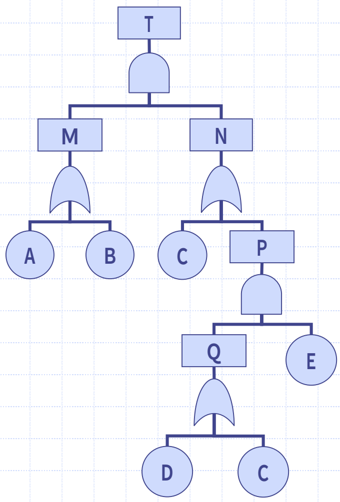
ミニマルカットセットの計算(2)

◆ カットセットの縮約

$T = C_1 + C_2 + \cdots$

$C_i \subset C_j$ $(i \neq j)$ ならC_j は不要

$$
\begin{aligned}
T &= MN = (A+B)(C+P) \\
&= (A+B)(C+QE) \\
&= (A+B)\{C+(D+C)E\} \\
&= AC + ADE + \cancel{ACE} + \\
&\quad BC + BDE + \cancel{BCE} \\
&= AC + BC + ADE + BDE
\end{aligned}
$$



頂上事象発生確率の計算

- ◈MCS　$T = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$
- ◈頂上事象の発生確率$P(\mathrm{T})$

$$P(\mathrm{T}) = \sum_{i=1}^{N} P(C_i) - \sum_{i=2}^{N}\sum_{j=1}^{i-1} P(C_i \cap C_j) + \cdots$$
$$+ (-1)^{N-1} P(C_1 \cap C_2 \cap \cdots \cap C_N)$$
$$\approx \sum_{i=1}^{N} P(C_i)$$